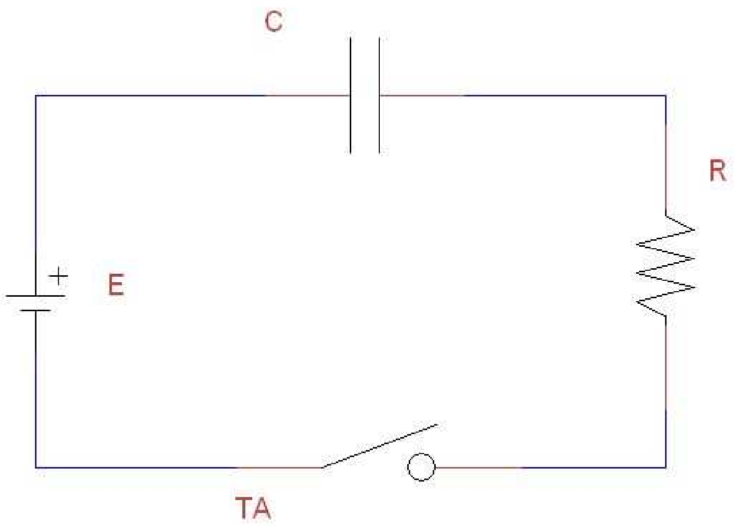
Carica di un condensatore

Consideriamo un generatore di tensione in regime stazionario E, un resistore R, un condensatore C ed un interruttore T disposti come in figura sotto riportata.



Per ipotesi il generatore è ideale pertanto viene trascurata la resistenza interna ad esso e al tempo t=0 la carica nel condensatore è nulla.
Al tempo t=0s viene chiuso l'interruttore T e nel circuito inizia a circolare una corrente i(t)
Per la seconda legge di Kirchoff, in un istante t generico avremo:

$$-E + V_c + V_r = 0 \qquad\qquad E = +V_r + V_c$$

Essendo:

$$E = \frac{q(t)}{C} + R\,i(t) = \frac{q(t)}{C} + R\frac{dq(t)}{dt}$$

Ove:

- i(t) è la corrente elettrica che circola nel circuito (dipendente dal tempo)
- Vc è la differenza di potenziale presente ai capi del condensatore
- Vr è la differenza di potenziale presente ai capi del resistore
- E è la differenza di potenziale presente ai capi del generatore
- C è la capacità del condensatore
- q(t) è la carica presente nel condensatore (dipendente dal tempo)
- R è il valore della resistenza

Avremo pertanto:

$$E - \frac{q(t)}{C} = R\frac{dq(t)}{dt} \qquad\qquad \frac{EC - q(t)}{C} = R\frac{dq(t)}{dt}$$

Abbiamo così ottenuto un equazione differenziale a variabili separabili; imponendo $q(t) - EC \neq 0$ dividiamo ambo i membri per $EC - q(t)$ e per R

Inoltre moltiplicando ambo i membri per dt avremo:

$$\frac{dq(t)}{EC - q(t)} = \frac{dt}{RC}$$

Moltiplicando ambo i membri per -1 avremo:

$$\frac{dq(t)}{q(t) - EC} = -\frac{dt}{RC}$$

Integrando ambo i membri risolviamo l'equazione differenziale, ed in particolare la integriamo nel seguente modo:

$$\int_{q_0}^{q} \frac{dq(t)}{q(t) - EC} = -\frac{1}{RC}\int_{t_0}^{t} dt$$

Essendo q_0 la carica iniziale del condensatore e t_0 il tempo relativo alla carica nulla del condensatore
Ma essendo per ipotesi $q_0 = 0$ e $t_0 = 0$ avremo

$$\int_{0}^{q} \frac{dq(t)}{q(t) - EC} = -\frac{1}{RC}\int_{0}^{t} dt$$

$$\ln(q(t) - EC) - \ln(-EC) = -\frac{t}{RC}$$

$$\ln\left(\frac{q(t) - EC}{-EC}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$\frac{q(t) - EC}{-EC} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

Pertanto dalla precedente possiamo ricavare tutte le informazioni necessarie che interessano il processo di carica:

$$q(t) = EC{-}EC\, e^{-\frac{t}{RC}} = EC\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{E}{R}\, e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$V_R = R\, i(t) = E\ \ e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$V_C = \frac{q(t)}{C} = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

E' importante notare che l'andamento della corrente dipende dai valori di R e C.
Il prodoto RC prende il nome di costante di tempo e generalmente viene indicato con il simbolo τ.
E facile verificare che la costante di tempo si misura in secondi in quanto

$$RC = \Omega F = \frac{V}{A}\frac{C}{V} = \frac{C}{A} = s$$

Eventuali chiarimenti, discussioni, riflessioni o suggerimenti possono essere inseriti nel forum di LMWEB.it:
http://forum.lmweb.it – http://www.lmweb.it