Studiare ed eventualmente migliorare la stabilità del sistema anche con l'impiego di una rete correttrice senza modificare il guadagno statico. La funzione di trasferimento ad anello aperto è:

$$G(s)H(s) = \frac{10}{(1+s)(1+0.5s)(1+0.1s)}$$

$$p_1 = -1 \Rightarrow \omega_{p1} = 1\,rad/s$$

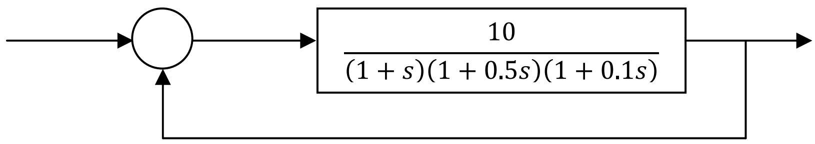
$$p_2 = -2 \Rightarrow \omega_{p2} = 2\,rad/s$$

$$p_3 = -10 \Rightarrow \omega_{p3} = 10\,rad/s$$

$$K = 10 \Rightarrow K_{dB} = 20\log 10 = 20dB$$

Il sistema risulta stabile ad anello aperto in quanto i poli risultano essere tutti a parte reale negativa.

Diagramma a blocchi



Per valutare la stabilità del sistema ad anello chiuso verrà utilizzato il criterio di Bode.

Posto $s = j\omega$

$$G(j\omega)H(j\omega) = \frac{10}{(1+j\omega)(1+0.5j\omega)(1+0.1j\omega)}$$

Calcolo del modulo di $G(j\omega)H(j\omega)$

$$|G(j\omega)H(j\omega)|_{dB} = 20\log 10 - 20\log\sqrt{1+(\omega)^2} - 20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{2}\right)^2} - 20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{10}\right)^2}$$

Calcolo di ω_T

$$20\log 10 - 20\log\sqrt{1+(\omega_T)^2} - 20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega_T}{2}\right)^2} = 20\log 1$$

$$20\log 10 - 20\log\omega_T - 20\log\left(\frac{\omega_T}{2}\right) \cong 20\log 1$$

$$\omega_T \cong \sqrt{20} \cong 4.47rad/s$$

Calcolo della fase di $G(j\omega)H(j\omega)$

$$\Phi = -\tan^{-1}(\omega) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{2}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{10}\right)$$

Calcolo di Φ_T

$$\Phi_T = -\tan^{-1}(\omega_T) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega_T}{2}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega_T}{10}\right) = -167.37°$$

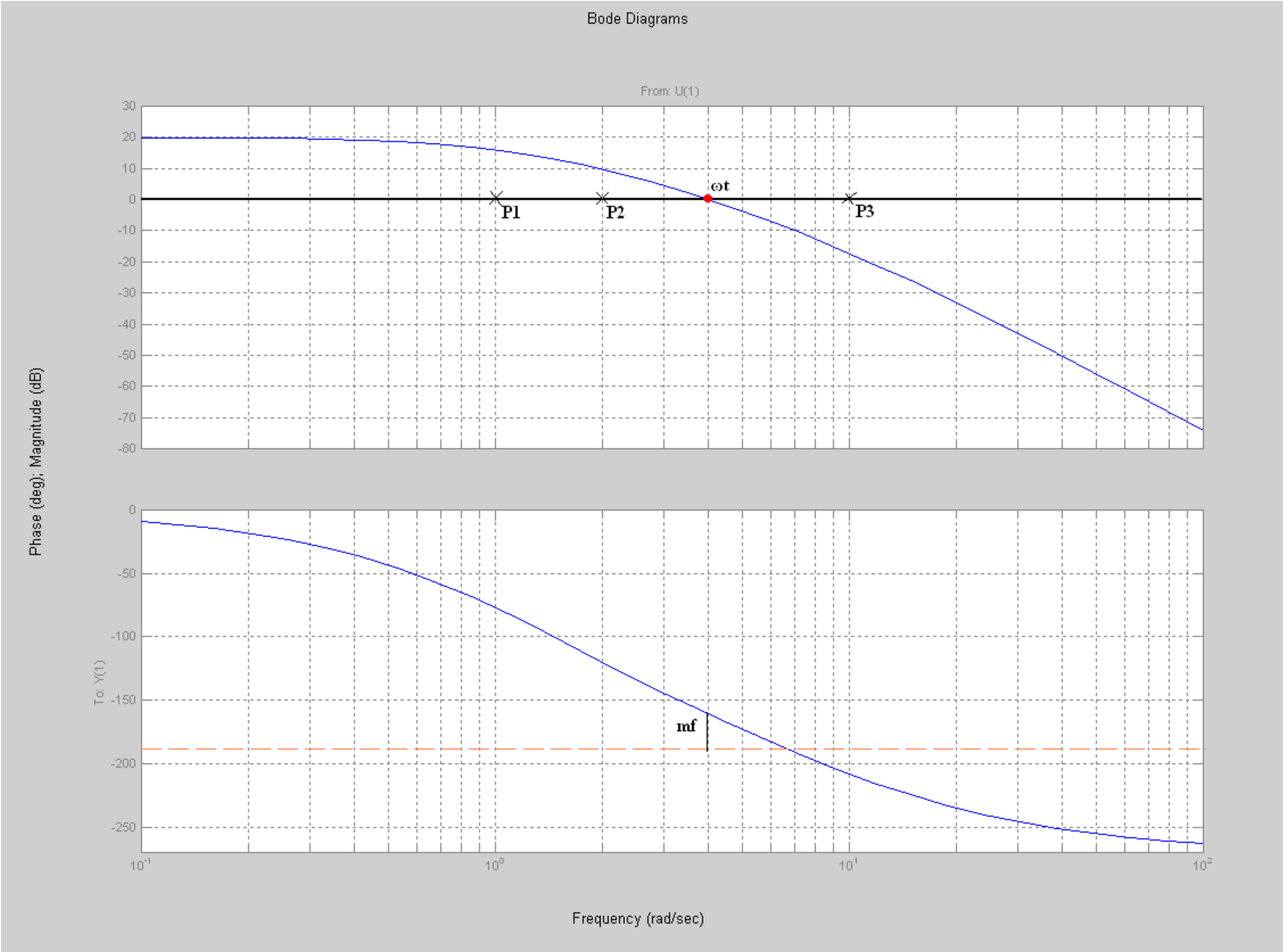
Calcolo del margine di fase

$$\mathrm{m}_\Phi = 180 - |\Phi_T| = 180 - |167.37| = 12.63°$$

Il sistema risulta instabile ad anello chiuso in quanto il margine di fase è minore di 30°

```
Programma in MATLAB
»  G1=tf(10,[1 1])

Transfer function:
 10
-----
s + 1

» G2=tf(1,[0.5 1])

Transfer function:
    1
---------
0.5 s + 1

» G3=tf(1,[0.1 1])

Transfer function:
    1
---------
0.1 s + 1

» GH=G1*G2*G3

Transfer function:
           10
------------------------------
0.05 s^3 + 0.65 s^2 + 1.6 s + 1

» BODE(GH)
```

Si tenga presente che i risultati di MATLAB discostano da quelli ricavati con il metodo approssimato



Per rendere il sistema più stabile verrà inserita dopo il nodo sommatore una rete correttrice di tipo ritardatrice. La rete scelta presenta la seguente funzione di trasferimento:

$$G_R(s) = \frac{(1+\tau_1 s)}{(1+\tau_2 s)};\ con\ \ \tau_2 > \tau_1$$

Per il dimensionamento della rete correttrice le costanti di tempo verranno dimensionati con il metodo cancellazione polo-zero. Per migliorare la stabilità del sistema è necessario spostare una costante di tempo in modo che il diagramma del modulo intersechi l'asse delle ascisse con una pendenza di -20dB per decade.

A tal fine si sceglie come valore della costante di tempo $\tau_1$della rete ritardatrice uguale alla costante di tempo maggiore della funzione di trasferimento ad anello aperto del sistema e si pone $\tau_2 > 10 * \tau_1$

Di conseguenza:

$$\tau_1 = 1s \qquad\qquad \tau_2 = 10s$$

La funzione di trasferimento ad anello aperto del sistema compensato è:

$$G_R(s)G(s)H(s) = \frac{(1+s)}{(1+10s)} \times \frac{10}{(1+s)(1+0.5s)(1+0.1s)}$$

$$p_1 = -0.1 \;\Rightarrow \omega_{p1} = 0.1\, rad/s$$

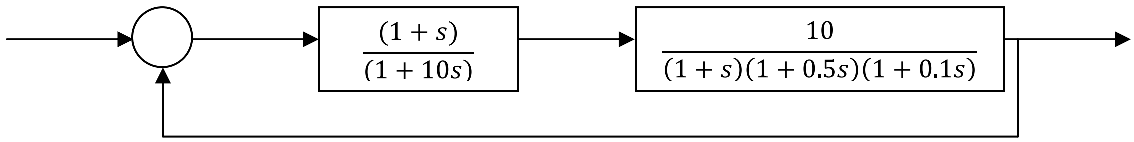
$$p_2 = -2 \;\Rightarrow \omega_{p2} = 2\, rad/s$$

$$p_3 = -10 \;\Rightarrow \omega_{p3} = 10\, rad/s$$

$$K = 10 \;\Rightarrow K_{dB} = 20\log 10 = 20dB$$

Il sistema completo di rete correttrice risulta sempre stabile ad anello aperto in quanto i poli risultano essere tutti a parte reale negativa.

Diagramma a blocchi



Posto $s = j\omega$

$$G_R(j\omega)G(j\omega)H(j\omega) = \frac{10}{(1+10j\omega)(1+0.5j\omega)(1+0.1j\omega)}$$

Calcolo del modulo di $G(j\omega)H(j\omega)$

$$|G_R(j\omega)G(j\omega)H(j\omega)|_{dB} = 20\log 10 - 20\log\sqrt{1+(10\omega)^2} - 20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{2}\right)^2} - 20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{10}\right)^2}$$

Calcolo di ω_T

$$20\log 10 - 20\log\sqrt{1+(10\omega_T)^2} = 20\log 1$$

$$20\log 10 - 20\log\ (10\omega_T) \cong 20\log 1$$

$$\omega_T \cong 1 rad/s$$

Calcolo della fase di $G_R(j\omega)G(j\omega)H(j\omega)$

$$\Phi = -\tan^{-1}(10\omega) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{2}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{10}\right)$$

Calcolo di Φ_T

$$\Phi_T = -\tan^{-1}(10\omega_T) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega_T}{2}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega_T}{10}\right) = -116.56°$$

Calcolo del margine di fase

$$m_{\Phi} = 180 - |\Phi_T| = 180 - |116.56| = 63.44°$$

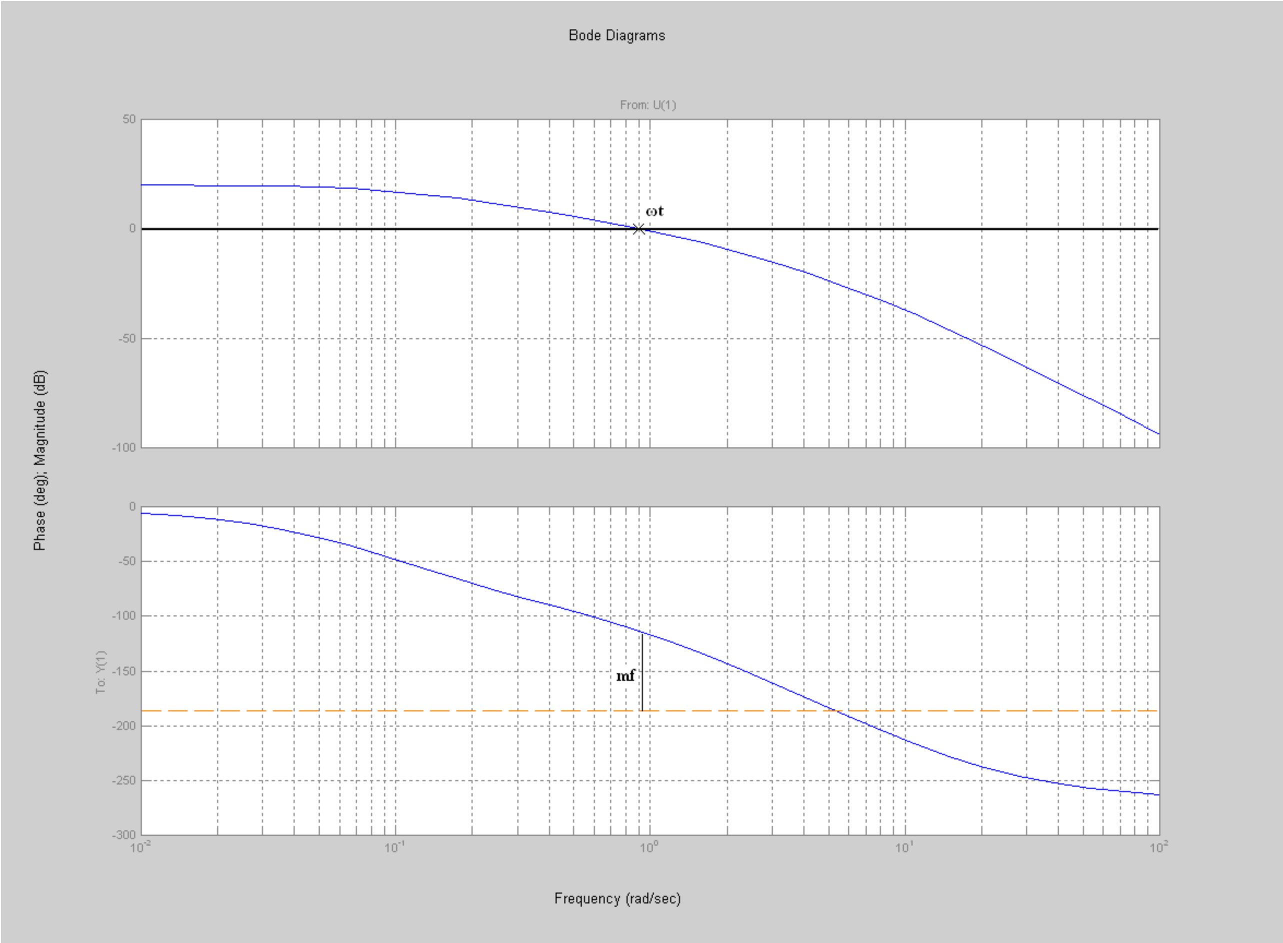
Il sistema risulta stabile ad anello chiuso in quanto il margine di fase è maggiore di 30°

In pratica lo zero della rete correttrice ha annullato l'effetto del polo dominante p_1=-1 della funzione di trasferimento ad anello aperto del sistema. La rete correttrice ha migliorato il margine di fase senza variare il guadagno statico, ma ha peggiorato la rapidità della risposta perché il tempo impiegato dal sistema compensato per ipotesi a regime è determinato dalla costante di tempo $\tau_2 = 10s$

Programma in MATLAB

```
» G1=tf(10,[1 1])

Transfer function:
10
-----
s + 1

» G2=tf(1,[0.5 1])

Transfer function:
1
---------
0.5 s + 1

» G3=tf(1,[0.1 1])

Transfer function:
1
---------
0.1 s + 1

» Gr=tf([1 1],[10 1])

Transfer function:
s + 1
--------
10 s + 1

» GH=G1*G2*G3*Gr

Transfer function:
10 s + 10
-------------------------------------------
0.5 s^4 + 6.55 s^3 + 16.65 s^2 + 11.6 s + 1

» bode(GH)
```

Si tenga presente che i risultati di MATLAB discostano da quelli ricavati con il metodo approssimato



Nella pratica si utilizza una rete attiva avente la seguente funzione di trasferimento:

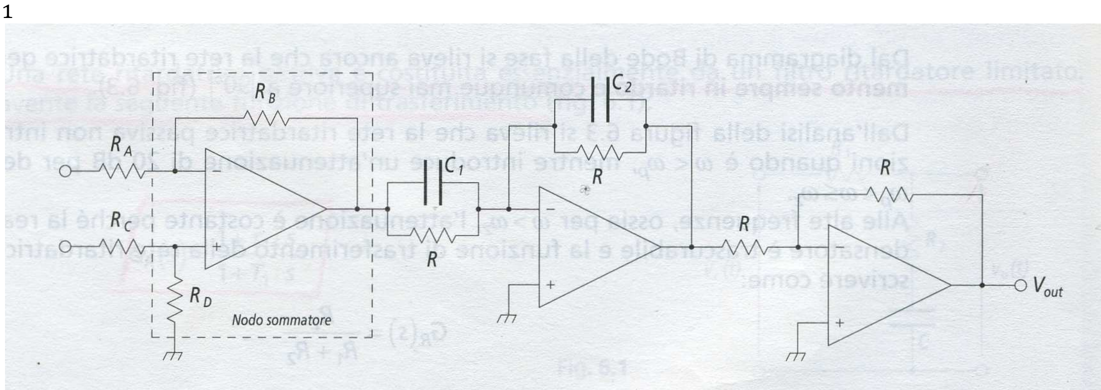
$$G_R(s) = \frac{R_6}{R_5}\frac{R_2}{R_1}\frac{(1+\tau_1 s)}{(1+\tau_2 s)}$$

Dove:

$\tau_1 = R_1 C_1$

$\tau_2 = R_2 C_2$

$\tau_2 > \tau_1$



Eventuali chiarimenti, discussioni, riflessioni o suggerimenti possono essere inseriti nel forum di LMWEB.it:

http://forum.lmweb.it – http://www.lmweb.it